

Apellido paterno:	Apellido materno:	Nombre:

Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Total	Nota

Instrucciones:

- **NO HAY CONSULTAS.** Las respuestas sin desarrollo o sin justificación, no dan puntaje.
- Conteste en forma ordenada y justifique adecuadamente cada respuesta.
- Queda prohibido el uso de calculadoras programables, formulario y **celulares**.

$$\text{Nota} = 1 + \frac{\text{Puntos}}{10}.$$

Duración = 60 minutos

- 1) [20 pts.] Sea R la región en el primer cuadrante encerrada por las curvas:

$$y = x^2 \quad x^2 + y^2 = 2 \quad x = \frac{1}{2}$$

es decir:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq x^2, \quad x^2 + y^2 \leq 2, \quad x \geq \frac{1}{2}\}$$

Considere $I = \int \int_R dA$.

- [5 pts.] Haga un esbozo claro de la región R (ponga especial cuidado en este ítem, ya que los demás dependen de éste).
 - [7 pts.] Exprese, sin calcular, I en el orden $dx dy$.
 - [8 pts.] Exprese, sin calcular, I en coordenadas polares.
- 2) [20 pts.] Calcule $\int \int_R (x + y)e^{x^2 - y^2} dA$, donde R es el rectángulo encerrado por $x - y = 0$, $x - y = 2$, $x + y = 0$ y $x + y = 3$.
- 3) [20 pts.] Sea E el sólido que se encuentra al interior del cilindro $x^2 + y^2 = 1$, al interior del paraboloide $z = x^2 + y^2$, y bajo el cono $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$. Exprese, sin calcular, el volumen del sólido E en:
- [5 pts.] Coordenadas rectangulares.
 - [5 pts.] Coordenadas cilíndricas.
 - [10 pts.] Coordenadas esféricas.

Desarrollo

- 1) a) Dibujo. Si tienen la región correcta, pero algún valor errado (alguna intersección por ejemplo), **3 pts.**. Dibujo completo bueno **5 pts.**

b) $I = \int_{\frac{1}{4}}^1 \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{y}} dx dy + \int_1^{\frac{\sqrt{7}}{2}} \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2-y^2}} dx dy$ (**3 pts.** el primer sumando y 4 el segundo)

c) $I = \int_{\arctan(\frac{1}{2})}^{\frac{\pi}{4}} \int_{\frac{1}{2\cos(\theta)}}^{\frac{\sin(\theta)}{\cos^2(\theta)}} r dr d\theta + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\arctan(\sqrt{7})} \int_{\frac{1}{2\cos(\theta)}}^{\sqrt{2}} r dr d\theta$ (**4 pts.** cada sumando)

- 2) Sea realiza el cambio de variable $u = x + y$, $v = x - y$ (**5 pts.**).

Luego el jacobiano nos da $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = -\frac{1}{2}$. (**5 pts.**)

Finalmente la integral nos queda:

$$I = \int_0^2 \int_0^3 u e^{uv} \frac{1}{2} du dv \text{ (**5pts.**)}$$

Y si calculamos esa integral nos da que $I = \frac{e^6}{4} - \frac{7}{4}$. (**5 pts.**)

3) a) $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{x^2+y^2}^{\sqrt{x^2+y^2+1}} dz dy dx$ (**5 pts.**)

b) $\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{r^2}^{\sqrt{r^2+1}} r dz dr d\theta$ (**5 pts.**)

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}-\arctan(\sqrt{2})} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{1}{\sqrt{\cos^2(\phi)-\sin^2(\phi)}}} \rho^2 \sin(\phi) d\rho d\theta d\phi + \int_{\frac{\pi}{2}-\arctan(\sqrt{2})}^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\sec(\phi)} \rho^2 \sin(\phi) d\rho d\theta d\phi$
 $+ \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\cos(\phi)}{\sin^2(\phi)}} \rho^2 \sin(\phi) d\rho d\theta d\phi$ (**3 pts.** cada sumando + 1 pto. a discreción)